

最適化の考え方

財団法人 消防科学総合センター
研究員 山 瀬 敏 郎

1. 最適化とは

最適化は、われわれの生活のなかのいたるところに存在する。そしてそれらは無意識のうちに行われていることが多い。例えば、朝、家から会社までどのルートを通って行けば早く着くか、どのような仕事を誰に割り当てれば効率的か、またオセロゲームなどで次にどの手を打てばよいかなどがそうである。組織的なものでは、企業の生産計画や販売計画、消防機関の消防計画や避難計画などは、数多くの方策案の中から最も効果の得られるものを見つけようとするものであり、すべて最適化といえよう。ここでは、以上のような問題を単純化し、最適な答えを得るための考え方や方法について概説する。

2. 目的関数

最適化を行うためには、具体的な目的を設定する必要がある。ルートの選択では、最も早く到着することを目的とするか、最も安い費用で行くことを目的とするかなどを明確にしておかねばならない。観光コースのように最も満足できるルートを選択するような場合も考えられる。ただし満足度をどのような指標で計るかは難しい問題である。消防計画では、現有の消防力で被害を最小(効果を最大)

にすることが目的となろう。被害は例えば年間の焼失面積などで表現することができる。到着時間、費用、年間焼失面積のようにある目的を定量的に表したものを目的関数と呼ぶ。ここでいう最適化とは、ある条件のもとで目的関数を最大（あるいは最小）とするような解（ルート、消防車の配置など）を見つけることであるといえる。

3. 最適化の方法

3.1 オペレーションズ・リサーチ

オペレーションズ・リサーチ（OR）は、文字どおり作戦研究のことであり、第二次大戦中の作戦、補給計画に端を発する。戦後は、企業の経営や行政機関の政策立案等に広く利用されている。ここでは、ORによって解ける最適化問題のいくつかの例を示す。

(1) 最短経路の問題

図1のような道路網を自動車で走る場合を考える。数字は各区間（交差点間）を走行するのに要する時間で、単位は分とする。ここでA地点からB地点まで最も早く行くためには、どのルートを通ればよいだろうか。基本的には、AからBまでのすべてのルートを考えて、所要時間を計算し比べることにより解くことは可能であろう。しかし、ここで示し

た簡単な例でさえどのくらいのルートがあるのか簡単には分からない。もっと複雑な道路網になると、膨大なルートが存在し、実質的には不可能に近くなる。このような問題は、ORの中の動的計画法やネットワーク分析手法を用いることにより、非常に効率よく解くことができる。解法については、ORの解説書に委ねることとし、ここでは結果だけを示す。答えは同図に太線で示したルートであり、走行に要する時間は43分である。これより早

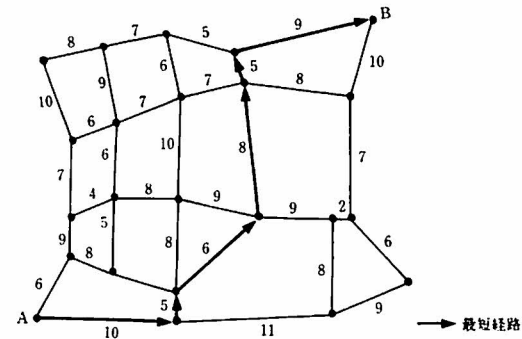


図1 最短経路問題の例

くつくルートは絶対はない。

(2) 輸送の問題

ある品物が市内M箇所の倉庫に備蓄しており、得意先がN個所にあるとする。倉庫の在庫量、得意先の需要量、各倉庫から各得意先への輸送単価が決まっているとき、総輸送費を最小にするには、どの倉庫からどの得意先に何個の品物を輸送すればよいかという問題である。倉庫を地区、得意先を避難地に置き換えて、避難地の割り当ての問題として考えてみる。^(注1)いま、13の地区と3箇所の避難地があり、地区の人口、避難地の収容可能人口、各地区から各避難地までの歩行距離が図2のようになっているとする。総歩行距離（避難予定者全員の歩行距離の合計）が最小になるように各地区に対し避難先を割り当てたい。この問題は、輸送型の線形計画法を用いて解くことができる。答えは図2（右）に示すとおりである。ここでは、目的関数を歩行距離

避難地 地区	A	B	C	地人 区口
1	(km) 2	6	9	(人) 1,000
2	4	4	11	2,000
3	6	2	13	3,000
4	2	13	9	1,500
5	4	11	7	2,500
6	5	9	6	500
7	7	14	4	2,000
8	9	10	6	3,500
9	7	8	4	1,000
10	13	2	6	500
11	9	16	2	2,500
12	9	6	2	1,000
13	11	4	4	4,000
収容可能 人口	(人) 12,000	5,000	8,000	(人) 25,000

(地区と避難地との距離)



避難地 地区	A	B	C	地人 区口
1	(人) 1,000			(人) 1,000
2	2,000			2,000
3		3,000		3,000
4	1,500			1,500
5	2,500			2,500
6	500			500
7	1,000		1,000	2,000
8	3,500			3,500
9			1,000	1,000
10		500		500
11			2,500	2,500
12			1,000	1,000
13		1,500	2,500	4,000
収容可能 人口	(人) 12,000	5,000	8,000	(人) 25,000

(最適期)

図2 輸送問題の例（避難地の割り当て）

としたが、歩行時間でもよいし、また、避難危険度を何らかの形で定義し、それが最小になるようにすることも可能である。

(3) 配分の問題

あまり現実的ではないが次のような例を考える。A、B、Cの3つの地区がありそれぞれに1つの消防署があるとする。各地区に何台かの消防車を配置したとすると図3に示すような効果が得られるとする。ここで、効果としては年間の焼失面積の減少量のようなものを考えてもらえばよい。もし全部で7台の消防車があったとき、これをどのように配分したら、3つの地区の効果の合計が最大になるであろうか。^(注2)このような問題は配分問題と呼ばれ、動的計画法により解くことができる。この例では、Aに2台、Bに3台、Cに2台配置したとき目的関数（効果の合計）は最大になり、その値は240（Aが80、Bが100、Cが60）となる。

地区 台数	A	B	C
0	0	0	0
1	40	30	20
2	80	60	60
3	90	100	80
4	100	120	100
5	100	130	120
6	100	130	130
7	100	130	130

 最適解
A：2台
B：3台
C：2台
最大効果
80+100+60=240

図3 配分問題の例（消防車の配置）

(4) 巡回の問題

広報車が市役所を出発し、N個所の地区を

巡回広報し戻ってくる場合を考える。市役所と各地区との距離（あるいは所要問題）及び各地区間の距離（所要時間）はわかっているとする。総走行距離（総走行時間）を最小にするためには、どのような順序で巡回すればよいかという問題である。これは巡回問題と呼ばれ、これまでの例と異なり厳密な最適解を求めることは困難である。現在のところ、^(注3)いくつかの近似的な解法が提案されている。

3.2 シミュレーション

線形計画法や動的計画法などのOR手法をもちいれば、スマートに効率よく最適解を得ることができる。しかし、現実の問題は複雑であり、これらの手法が適用できないことも多い。例えば配分のところで述べた消防車の配置を考えてみる。実際には、1つの消防署管内には署のほかにいくつかの出張所があり、何台かの消防車が配置される。ある地点で火災が発生すると、何か所かの署所から消防車が出動するため、到着時間に差が出てくる。また、出火場所によって水利条件や火災の燃え広がり方も異ってくる。このようなことを考慮したうえで消防車の配置を決定するためには、前項で述べたOR手法は使えない。このような場合には、シミュレーションによる最適化に頼らざるを得ない。これは、図4に示すように、いくつかの消防車配置案を作成し、それぞれに対し例えば1年間の消防活動のシミュレーションを行って目的関数（年間予想焼失面積等）を計算させ、これを比較することによって最適配置案を求めようとするものである。^(注4)このように、シミュレーションによる最適化は原始的な方法であるが、検討すべき案の数がそれほど多くないときは非常に有効である。

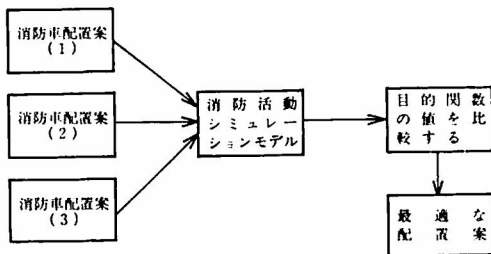


図4 シミュレーションによる最適化の例
(消防車の配置)

3.3 山登り法

検討すべき計画案の数が多くなってくると、図4の方法は時間的に困難になってくる。例えば、6か所の消防署所に12台の消防車を配置するような場合、数千通りもの配置案が存在する。仮に、各署所には必ず1台を配置するとしても、配置案の数はかなりなものになる。これらすべての案に対してシミュレーションを行うとすると、コンピュータといえども相当な時間がかかるであろう。このようなときに、すべての案を検討することなしに効率的に最適（と思われる）案を見つけようというのが山登り法である。濃い霧で全く見通しがきかないときに山に登るとする。いろいろな方向に一步足を踏み出して見て、最も高くなっている方向に進む。どの方向に踏み出して見ても、いまより低くなるようであればそこでやめる。この方法により、いずれは頂上にたどりつくことができるであろう。これが山登り法の概念である。山登り法により消防車の最適配置案を求める場合の考え方を図5に示す。山登り法によって常に最適案が得られるとは限らない。一つの頂上の先にあるさらに高い頂上は絶対に見つからない。近所の山のふもとから登りはじめたならば、絶対に富士山の頂上にはたどりつけないことは

容易に理解できるであろう。図5の例では別の配置案からスタートすることにより、さらにより配置案が見つかる可能性もある。

(注1) 太田裕・鏡味洋史「地震時最避難場所の配置計画の検討」(地震 vol. 32) の考え方に基づく。

(注2)、(注4) 須賀雅夫・川畑正大「システムと最適化」(共立出版)を参考にした。

(注3) 例えば、金田数正「ORによる輸送・運搬計画」(内田老鶴圃新社)による。

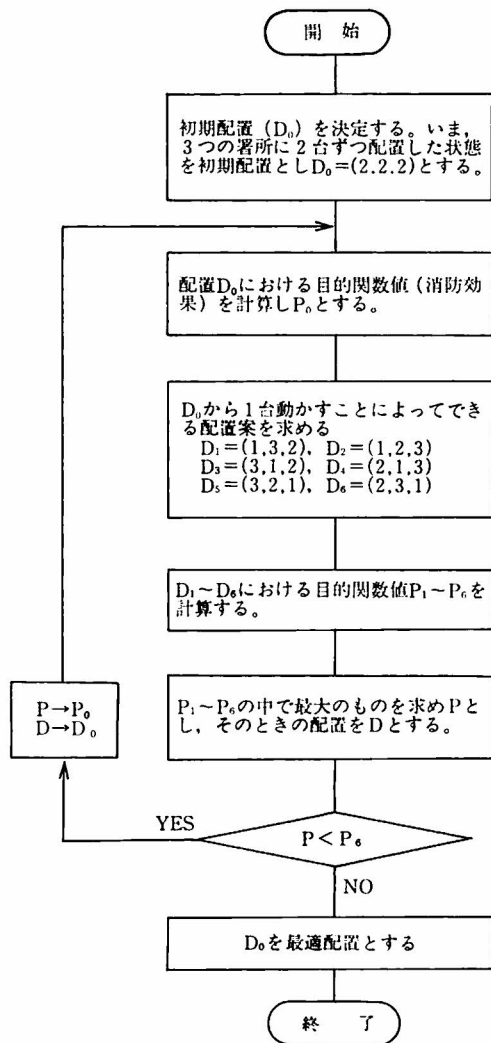


図5 山登り法による最適化の例 (3つの消防署に6台の消防車を配置する場合)